

سامانه بانك تستی

# FlowRax

فـ لـ رـ اـ خ

Math

@Flow\_KonKour



@LoPRax\_KonKour



کلیک کن وباماهمراه شو!

۱ تابع  $y = |x| \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  دارای چند ماکسیمم و مینیمم نسبی است؟

- (۱) ۲-۲ (۲) ۰-۲ (۳) ۱-۱ (۴) ۲-۱

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲  $x=2$  طول نقطه بحرانی تابع  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx$  بوده ولی اکسترمم نسبی نمی باشد. کمترین مقدار این تابع کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۱۱ (۴) -۱۳

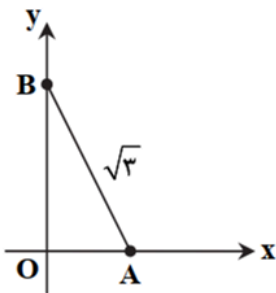
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳ به ازای چند مقدار صحیح برای  $m$  تابع  $f(x) = \sqrt{2x^2 + mx + 3m}$  دارای فقط یک نقطه بحرانی خواهد بود؟

- (۱) هیچ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) بی شمار

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

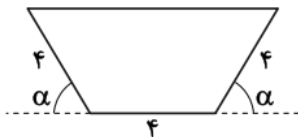
۴ مطابق شکل، پاره خط  $AB$  به طول  $\sqrt{3}$  را حول محور عرض‌ها دوران می دهیم. بیشترین مقدار حجم شکل پدید آمده کدام است؟



- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$   
(۲)  $\frac{4\pi}{3}$   
(۳)  $\frac{8\pi}{3}$   
(۴)  $\frac{\pi}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵ مطابق شکل، پنجره‌ای دوزنقه‌ای شکل داریم که قرار است بیشترین نوردهی را داشته باشد. مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟ ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

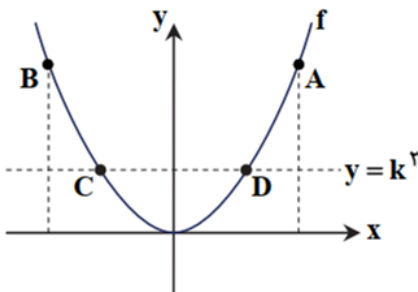


- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{4}{5}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۴)  $\frac{3}{5}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶ مطابق شکل، تابع  $f(x) = x^2$  و دو نقطه  $A$  و  $B$  به عرض ۱۶ مفروض‌اند. اگر مساحت دوزنقه  $ABCD$  بیشترین مقدار باشد، مقدار

$9k^2 - 24k$  کدام است؟ ( $0 < k < 4$ )



- (۱) ۶  
(۲) -۳  
(۳) -۱۶  
(۴) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

هرگاه  $f(x) = \sqrt{5-x} + 2\sqrt{5-x^2}$ ، حاصل جمع کمترین و بیشترین مقدار تابع کدام است؟

- (۱)  $5 + 3\sqrt{5}$  (۲)  $5 + \sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴)  $3 + 3\sqrt{5}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

فاصله نقطه ماکزیمم نسبی تابع  $f(x) = x + \sqrt{2x-x^2}$ ، از خط  $y-x=0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 \left[ \frac{x}{3} \right] - 8x$ ، در بازه  $(1, 5)$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

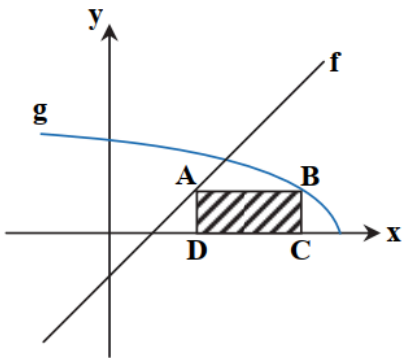
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

محیط یک مثلث قائم الزاویه برابر با ۱۲ است. اگر مساحت آن حداکثر مقدار ممکن باشد، طول یکی از اضلاع آن کدام است؟

- (۱)  $3(\sqrt{2}-1)$  (۲)  $6(\sqrt{2}-1)$  (۳)  $6(2-\sqrt{2})$  (۴)  $3(2-\sqrt{2})$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

مطابق شکل، دو رأس مستطیل ABCD روی محور طولها و دو رأس دیگر آن روی نمودارهای توابع  $f(x) = x-1$  و  $g(x) = \sqrt{7-x}$  قرار گرفته‌اند. اگر مساحت مستطیل ABCD، ماکزیمم باشد، طول نقطه D کدام است؟



- (۱) ۳  
(۲)  $\frac{2+\sqrt{19}}{3}$   
(۳)  $\frac{6+\sqrt{19}}{5}$   
(۴)  $3/75$

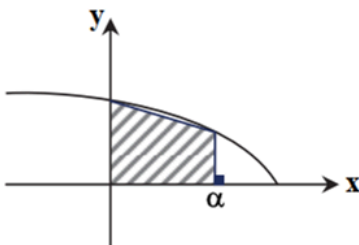
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

نقطه  $A(-2, 1)$ ، اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^2|x-1| + ax^2 + b$  است. مقدار b کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) -۷

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

نمودار  $y = \sqrt{4-x}$  در شکل روبه‌رو آمده است. بیشترین مساحت ذوزنقه سایه‌خورده به‌ازای کدام مقدار از  $\alpha$  به‌دست می‌آید؟



- (۱)  $\frac{25}{9}$   
(۲)  $\frac{24}{9}$   
(۳)  $\frac{32}{9}$   
(۴)  $\frac{21}{9}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴

مجموع عرض نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \frac{x}{3} - \sqrt{x+1}$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) -۳      (۴)  $-\frac{2}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۵

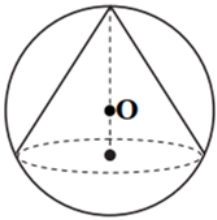
اگر نقطه‌ای به طول  $x = -1$ ، طول نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{2x^2 + ax + 5}{x^2 + 2x - 2}$  باشد، مقدار  $a$  و نوع اکسترمم  $f$  کدام است؟

- (۱) ۴، مینیمم نسبی      (۲) -۴، ماکزیمم نسبی      (۳) -۴، مینیمم نسبی      (۴) ۴، ماکزیمم نسبی

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶

مطابق شکل، در کره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ثابت  $R$ ، مخروط قائمی به شعاع قاعده  $r$  قرار گرفته است. وقتی ارتفاع مخروط  $h$  واحد باشد، حجم آن به بیشترین مقدار ممکن می‌رسد. مقدار  $R$  کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۶

(۳)  $2\sqrt{2}$ (۴)  $4\sqrt{2}$ 

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷

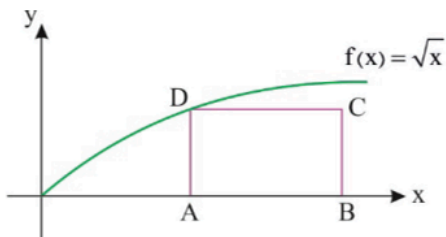
در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & ; x \neq a \\ b & ; x = a \end{cases}$  نقطه  $A(1, 3)$  ماکزیمم نسبی است. مقدار مینیمم نسبی تابع چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $-\frac{1}{4}$       (۳) ۳      (۴)  $\frac{2}{5}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸

در شکل مقابل، رأس  $B(6, 0)$  از مستطیل  $ABCD$  روی محور  $x$ ها و رأس  $D(a, b)$  روی نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  قرار دارد. به ازای کدام مقدار  $a$  مساحت مستطیل  $ABCD$  بیشترین مقدار است؟



(۱) ۱

(۲)  $\sqrt{2}$ (۳)  $\sqrt{3}$ 

(۴) ۲

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۹

مجموعه سه عضوی  $\{0, 2, b\}$  مجموعه طول نقاط بحرانی تابع  $f(x) = x^2|x+a|$  می‌باشند. برای  $5a + 3b$  چند مقدار متمایز وجود دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۰

تابع  $f(x) = (ax^2 + bx + c)[3x]$  در فاصله  $[1, 2]$  حداکثر چند نقطه بحرانی وجود دارد؟ ( $a \neq 0$ )

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۱ تابع  $f(x) = x^3 - ax^2 + (b+2)x + c$  به ازای چند مقدار طبیعی  $b$  در  $x=2$  دارای مینیمم نسبی است؟

- ۱ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

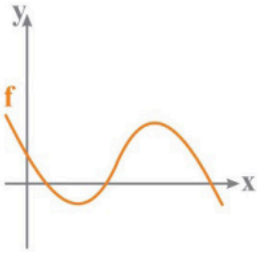
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۲ اگر  $x=2$  برای تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2} & x \neq 2 \\ b^2 + 2 & x = 2 \end{cases}$  ، مینیمم نسبی باشد، محدوده  $b$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $(-\frac{1}{2}, 1)$  (۲)  $(-\frac{1}{2}, 0)$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (۴)  $(\frac{1}{2}, 1)$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۳ نمودار تابع  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$  به صورت زیر است. به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، خط  $y = m$  و نمودار تابع  $f$  در ۳ نقطه متقاطع اند؟



- ۱ (۱)  $-2 < m < 2$

- ۲ (۲)  $-2 < m < \frac{3}{2}$

- ۳ (۳)  $-3 < m < \frac{3}{2}$

- ۴ (۴)  $-3 < m < 1$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۴ اگر  $f(x) = [x]$  و  $g(x) = \sin \pi x$ ، اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f \times g$  در بازه  $[-1, 2]$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۵ ماکسیمم مطلق تابع  $y = \frac{\sin^2 x}{1/25 + \cos x}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۶ تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^4 - 4x & ; x \geq 0 \\ x^3 + mx^2 + mx + 1 & ; x < 0 \end{cases}$  دارای چهار نقطه بحرانی است. حدود  $m$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $0 < m < 3$  (۲)  $m > 3$  (۳)  $m < 0$  (۴)  $m < 0$  یا  $m > 3$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

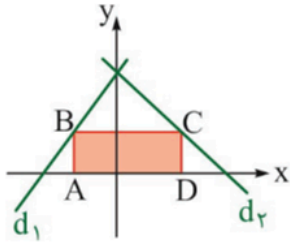
۲۷ به ازای کدام مقدار  $m$  فاصله بین دو نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x}{x^2 - mx + m^2}$  ( $m > 0$ ) کمترین مقدار می شود؟

- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن روی محور  $x$  ها و دو رأس دیگر آن روی خطهای  $d_1: y - 2x - 6 = 0$  و

$d_2: 4x + 3y - 18 = 0$  باشد، چقدر است؟



$$\frac{45}{4} \quad (2)$$

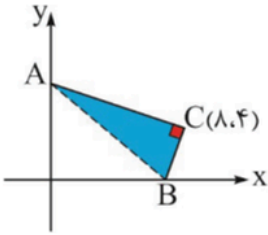
$$\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$\frac{35}{4} \quad (4)$$

$$\frac{27}{2} \quad (3)$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

مطابق شکل، دو رأس مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  روی محورهای مختصات قرار دارند. کمترین طول پاره خط  $AB$  چقدر است؟



$$3\sqrt{5} \quad (1)$$

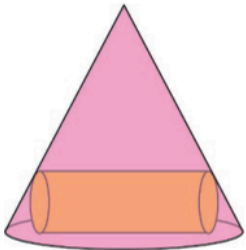
$$4\sqrt{5} \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

مخروطی مطابق شکل به شعاع قاعده‌ی ۳ و ارتفاع ۴ مفروض است. می‌خواهیم استوانه‌ای افقی با بیشترین حجم ممکن را در این مخروط محاط کنیم. نسبت شعاع استوانه به ارتفاع مخروط کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

دارای یک  $\max$  نسبی و دو  $\min$  نسبی باشد،  $a$  شامل چند عدد صحیح است؟  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 - 4x + 1 & x > -3 \\ \frac{1}{3}ax + a^2 + 2 & x \leq -3 \end{cases}$  اگر

$$سه \quad (4)$$

$$دو \quad (3)$$

$$یک \quad (2)$$

$$صفر \quad (1)$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

بیشترین مقدار تابع  $y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{|x| - |2x-1| + |3x-2|}}$  کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۳ اگر  $x=2$  برای تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2} & x \neq 2 \\ b^2 + 2 & x = 2 \end{cases}$  مینیمم نسبی باشد، حدود  $b$  کدام است؟

(۱)  $(-\frac{1}{2}, 1)$  (۲)  $(-\frac{1}{2}, 0)$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (۴)  $(\frac{1}{2}, 1)$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۴  $S$  سطح جانبی یک استوانه و  $s$  سطح قاعده‌ی آن است. اگر  $S + s = 12$  فرض شود، شعاع قاعده‌ی استوانه چقدر باشد تا حجم آن ماکزیمم گردد؟

(۱)  $\frac{2}{\pi}$  (۲)  $\frac{3}{\pi}$  (۳)  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$  (۴)  $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵ تابع  $f(x) = x^3 - ax^2 + (b+2)x + c$  به ازای چند مقدار طبیعی  $b$  در  $x=2$  دارای مینیمم نسبی است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۶ بخشی از دایره  $C$  به معادله  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  که در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد را در نظر بگیرید. بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر محور طول ها و دو رأس دیگر آن روی دایره قرار دارد، کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)  $4\sqrt{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۷  $A$  نقطه‌ای روی سهمی  $y = x^2 - 2x - 3$  و  $B$  نقطه‌ای روی سهمی  $y = -x^2 + x + 3$  است. اگر پاره خط  $AB$  در بین محل تلاقی دو سهمی و موازی محور عرض‌ها باشد، طول آن حداکثر چقدر است؟

(۱)  $\frac{57}{8}$  (۲)  $\frac{57}{4}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{43}{4}$

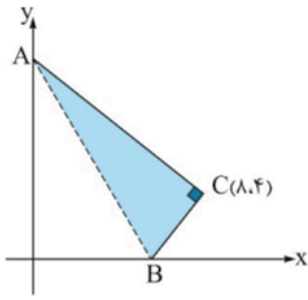
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۸ قرینه نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$ ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را  $4$  واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y = g(x)$  به دست آید. بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر محور  $x$ ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای  $f$  و  $g$  واقع است، کدام می‌باشد؟

(۱)  $\frac{4\sqrt{6}}{9}$  (۲)  $\frac{8\sqrt{6}}{9}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۹ مطابق شکل، دو رأس مثلث قائم الزاویه  $ABC$  روی محورهای مختصات قرار دارند. کمترین طول پاره خط  $AB$  چقدر است؟



(۱)  $3\sqrt{5}$

(۲)  $4\sqrt{5}$

(۳) ۵

(۴) ۶

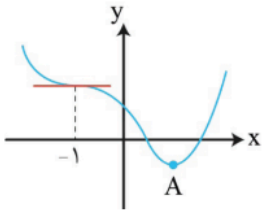
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۰ کدام توصیف درباره نقاط اکسترمم تابع  $f(x) = \frac{x^2 - |x - \frac{1}{4}|}{x + |x - \frac{1}{4}|}$  درست است؟

- (۱) دو نقطه اکسترمم به فاصله  $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (۲) دو نقطه اکسترمم به فاصله  $\frac{3\sqrt{10}}{4}$
- (۳) سه نقطه اکسترمم، رئوس مثلثی به مساحت  $\frac{3}{8}$
- (۴) سه نقطه اکسترمم، رئوس مثلثی به مساحت  $\frac{5}{8}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۱ شکل روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^4 - x^3 + ax^2 + bx + 1$  است. مقدار  $f''$  در نقطهٔ مینیمم تابع کدام است؟



(۲)  $\frac{129}{4}$

(۱)  $\frac{229}{4}$

(۴)  $\frac{125}{4}$

(۳)  $\frac{225}{4}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۲ نقطه‌ای روی نمودار تابع  $0 < x < 1$  و  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  و نقطه  $A'$  قرینه  $A$  نسبت به نیمساز ناحیه اول است. بیشترین فاصله  $AA'$  چقدر است؟

(۴)  $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$

(۳)  $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$

(۲)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$

(۱)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۳ تابع  $f(x) = |2x^2 - 1| + \sqrt{|x|}$  چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

(۴) نه

(۳) هفت

(۲) پنج

(۱) سه

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۴ اگر  $f(x) = x + a$  و  $g(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ ، آن‌گاه تابع  $f \cdot g$  فقط یک نقطهٔ اکسترمم نسبی خواهد داشت؛ طول این نقطه کدام است؟

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $-1$

(۳) ۱

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۵ اگر نقطه اکسترمم تابع با ضابطه  $f(x) = ax + \frac{b}{x-1}$  باشد، برد تابع شامل چند عدد صحیح نیست؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۶ بیشترین فاصله نقاط تابع  $0 \leq x \leq 1$  و  $f(x) = x^3$  از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{9}$       ۲ (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{9}$       ۳ (۳)  $\frac{\sqrt{6}}{9}$       ۴ (۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۷ یک ضلع مستطیلی بر محور  $x$ ها و دو سر ضلع دیگر آن بر نمودارهای دو تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = \sqrt{3-x}$  قرار دارد. اگر سطح این

مستطیل در ناحیه محدود به نمودارهای  $f$ ،  $g$  و محور  $x$ ها واقع باشد، بیشترین مقدار مساحت آن کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$       ۲ (۲) ۲      ۳ (۳)  $\sqrt{2}$       ۴ (۴)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

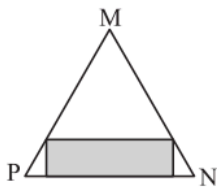
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۸ اگر  $a + b + c = 2$  و  $ab + bc + ca = 1$ ، آن گاه ماکزیمم  $|a - b|$  برابر است با:

- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       ۳ (۳)  $\sqrt{3}$       ۴ (۴)  $2\sqrt{3}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۹ بیشترین مساحت مستطیلی که مطابق شکل در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۲ واحد قرار می‌گیرد، کدام است؟



- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       ۲ (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ۳ (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۴ (۴) ۱

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۰ در مورد تابع  $f(x) = \frac{x}{|x|}(\sqrt{4-x} + \sqrt{2x+4})$  کدام مورد درست است؟

(۱) تابع یکنوا است.

(۲) دارای min و max نسبی است.

(۳) دارای max و min مطلق است.

(۴) تابع دارای ۳ نقطه بحرانی است.

(قلمچی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۵۱ نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \sqrt{1-[x]^2} + |x-1|$  را به هم وصل می‌کنیم محیط شکل ایجاد شده کدام است؟

- ۱ (۱)  $\sqrt{8} + \sqrt{5}$       ۲ (۲)  $\sqrt{8} + \sqrt{5} - 1$       ۳ (۳)  $\sqrt{8} + \sqrt{5} + 1$       ۴ (۴) ۲

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۵۲

ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = 4x\sqrt{1-x^2}$  از مینیمم مطلق آن چقدر بیشتر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۵۳

اگر اکستریم‌های نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2 - ax}{2x + b}$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{x^2 - 2x + 5}$  بر هم منطبق باشند  $b$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{1}{2}$  (۳)      -۱ (۴)

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۵۴

تابع  $f(x) = \frac{x^2}{4} - a\sqrt{x+2}$  در فاصله  $[2, +\infty)$  اکیداً صعودی است و در هیچ‌یک از زیر مجموعه‌های بازه  $(2, 2)$  اکیداً صعودی نیست.  $a$  چه مقداری خواهد بود؟

- ۱ (۱)  $\pm 4$       ۲ (۲) ۴      ۳ (۳) -۴      ۴ (۴) هیچ مقدار

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۵

مساحت چهارضلعی که از اتصال نقاط بحرانی تابع  $y = x||x| - 4|$  حاصل می‌شود، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۴      ۲ (۲) ۳۲      ۳ (۳) ۳۶      ۴ (۴) ۴۰

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۶

تابع  $f(x) = x^2 - [\cos x]$  در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  به ترتیب چند نقطه ماکزیمم نسبی و می‌نیمم نسبی دارد؟

- ۱ (۱) صفر - صفر      ۲ (۲) صفر - ۱      ۳ (۳) ۱ - ۱      ۴ (۴) ۱ - ۲

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۷

نوع اکستریم نسبی تابع  $f(x) = -5x + \sqrt{9+6x}$  و طول آن کدام است؟

۱) ماکزیمم نسبی،  $-1/44$

۲) مینیمم نسبی،  $7/8$

۳) مینیمم نسبی،  $-1/44$

۴) ماکزیمم نسبی،  $7/8$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۸

به ازای کدام مقدار  $a$ ، نقطه مینیمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax + 9}{x^2 + x + 3}$  روی محور طول‌هاست؟

۱) فقط -۶

۲) فقط ۶

۳)  $\pm 6$

۴) هیچ مقدار

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۵۹

تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax + b & , x < 2 \\ x^2 - cx + 1 & , x \geq 2 \end{cases}$  نقطه بحرانی ندارد. اگر عدد طبیعی  $c$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، مقدار  $a - b$

کدام است؟

۱ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

مجموع مقادیر صحیح  $b$  که به ازای آن، تابع  $y = \begin{cases} x^3 - 12x + 6 & ; x > 0 \\ b & ; x = 0 \\ x^3 - 3x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$  دارای یک  $\max$  نسبی و یک  $\min$  نسبی باشد، چقدر است؟

۶۰

۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۲۱ (۳)

۲۰ (۴)

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = x\sqrt{\frac{1-x}{x}}$  روی دامنه‌اش درست است؟

۶۱

(۱) همواره صعودی

(۲) ابتدا صعودی سپس نزولی

(۳) ابتدا نزولی سپس صعودی

(۴) همواره نزولی

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۲

تابع مشتق‌پذیر  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$  مفروض است. اگر  $f(x) \neq 0$  و  $f'(x) + 2f(x) = -2x + 1$  باشد، مجموع طول نقاط بحرانی  $f'(x)$  کدام است؟

کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

-۲ (۳)

-۱ (۴)

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۳

تابع  $f(x) = \frac{mx-2}{3x-(m+1)}$  به ازای کدام مقادیر  $m$  در بازه  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است؟

(۱)  $(-3, 2)$ (۲)  $(-1, 2)$ (۳)  $(-2, 1)$ (۴)  $(-3, -1)$ 

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۴

تابع  $f(x) = \begin{cases} mx - [mx] ; [mx] = 2k \\ mx - [mx] - 1 ; [mx] = 2k + 1 \end{cases}$  روی بازه  $(0, 8)$ ، دارای ۱۵ نقطه بحرانی است. اگر  $k \in \mathbb{Z}$  باشد، آن‌گاه مقدار  $m$  کدام می‌تواند باشد؟

می‌تواند باشد؟

(۱)  $3/4$ (۲)  $3/6$ (۳)  $3/8$ (۴)  $4/1$ 

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۵

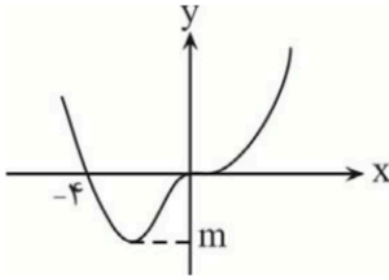
مجموعه طول نقاط ماکزیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x|x^2 - 9|$  کدام است؟

(۱)  $\{3, \sqrt{3}\}$ (۲)  $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ (۳)  $\{-3, \sqrt{3}\}$ (۴)  $\{-3, 3\}$ 

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۶

در شکل زیر که نمودار تابع  $f(x) = x^4 + 2ax^3 + bx$  است، حاصل  $\frac{a+b+1}{m}$  کدام است؟



(۱)  $-\frac{1}{27}$

(۲)  $\frac{1}{27}$

(۳)  $\frac{1}{9}$

(۴)  $-\frac{1}{9}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

تابع با ضابطه  $f(x) = kx + \sqrt{-2x^2 - 3x + 5}$  در نقطه به طول  $\frac{1}{2}$ ، دارای اکسترمم نسبی است. اگر برد این تابع بصورت  $[a, b]$  باشد، مقدار

۶۷

 $(a+b)^2$  کدام است؟

(۱) ۴

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۳) ۹

(۴)  $\frac{9}{4}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با طول وتر  $k$ ، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شوند تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین مقدار باشد؟

۶۸

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۶۹

مستطیل‌هایی چنان رسم می‌کنیم که دو رأس آن بر روی نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases}$  روی بازه  $[-1, 1]$  و دو رأس دیگر آن بر روی

محور طول‌ها قرار داشته باشند. حداکثر مساحت این مستطیل‌ها در کدام طول منفی ایجاد می‌شود؟

$$-\frac{\sqrt{17}-1}{16} \quad (1)$$

$$-\frac{\sqrt{17}-1}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{1+\sqrt{17}}{8} \quad (3)$$

$$-\frac{1+\sqrt{17}}{16} \quad (4)$$

(قلمچی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 36}{\sqrt{x+3}}$  روی بازه  $[a, +\infty)$  اکیداً صعودی است. اگر مقدار  $a$  کم‌ترین مقدار ممکن باشد، مقدار  $f(a)$  کدام است؟

۷۰

$$4\sqrt{3} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

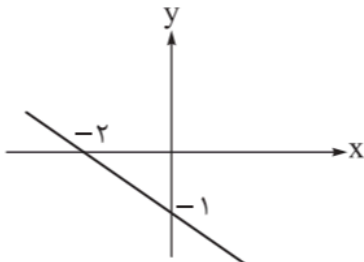
$$4\sqrt{5} \quad (2)$$

$$8\sqrt{5} \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

در شکل زیر، نمودار وارون تابع  $f$  رسم شده است. تابع  $g(x) = x\sqrt{(f \circ f)(x)} - 4$  روی کدام بازه، صعودی اکید است؟

۷۱



$$\left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \quad (2)$$

$$[-2, +\infty) \quad (1)$$

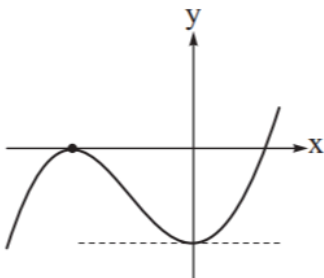
$$\mathbb{R} \quad (4)$$

$$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

تابع  $f$  یک تابع چند چند جمله‌ای درجه سوم است که نمودار آن در شکل زیر رسم شده است. اگر خط  $y = -2 - 2x$  از اکستریم‌های آن عبور کند، مقدار  $f(1)$  کدام است؟

۷۲



$$6 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$10 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & ; 0 < x < \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & ; x = 0 \\ 1 - x^2 & ; -\sqrt{2} < x < 0 \end{cases}$$

کدام عبارت در مورد تابع صحیح است؟

۷۳

(۱) مینیمم نسبی ندارد.

(۲) ماکزیمم نسبی ندارد.

(۳) ماکزیمم مطلق ندارد.

(۴) مینیمم مطلق دارد.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

اگر اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = ax(x^2 + 3x - 9)$  در بازه  $[-4, 4]$  برابر ۵۴ باشد، مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم نسبی این تابع کدام است؟ ( $a > 0$ )

۷۴

$12\frac{2}{3}$  (۴)       $12\frac{1}{3}$  (۳)       $14\frac{2}{3}$  (۲)       $14\frac{1}{3}$  (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

مینیمم مطلق تابع  $f(x) = 2 + x + k\sqrt{x+8}$  برابر ۱۰- است. مقدار  $k$  کدام است؟

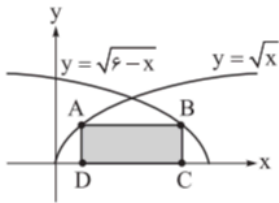
۷۵

$-8$  (۴)       $-6$  (۳)       $-4$  (۲)       $-2$  (۱)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

مساحت تمام مستطیل‌هایی را که مطابق شکل، محدود به نمودارهای دو تابع  $y = \sqrt{x}$  و  $y = \sqrt{6-x}$  و محور  $x$  هستند، حساب کرده‌ایم. بیشترین مقدار این مساحت‌ها کدام است؟

۷۶



۴ (۱)

۸ (۲)

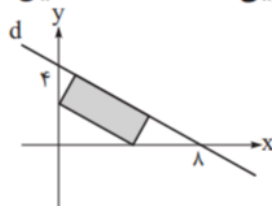
۶ (۳)

۹ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

خط  $d$  محورهای مختصات را در نقاط  $(0, 4)$  و  $(8, 0)$  قطع کرده است، بیشترین مساحت مستطیل کدام است؟

۷۷

 $2\sqrt{5}$  (۲)

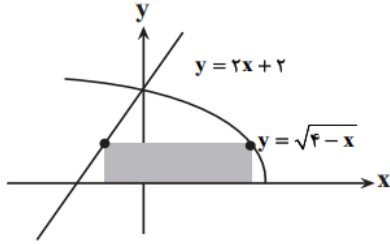
۸ (۱)

 $4\sqrt{5}$  (۴)

۴ (۳)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۷۸ یک ضلع مستطیلی روی محور  $x$  و دو رأس دیگر آن روی نمودار توابع  $y = \sqrt{4-x}$  و  $y = 2x+2$  در نواحی اول و دوم قرار



دارند. حداکثر محیط این مستطیل چقدر است؟

(۱)  $10/125$

(۲)  $10/5$

(۳)  $10/25$

(۴)  $10/375$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۹ نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{|x|}{x^2+k}$  سه رأس یک مثلث قائم الزاویه‌اند. مقدار  $k$  کدام است؟

(۴)  $-1$

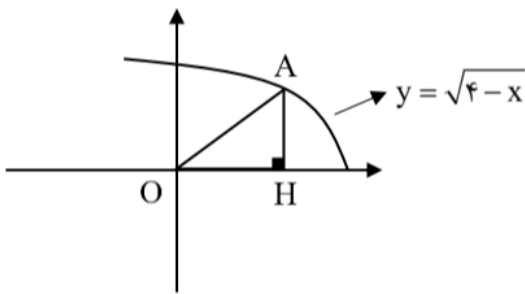
(۳)  $2$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $1$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۰ مثلث OAH را حول محور  $x$  ها دوران می‌دهیم. بیشترین حجم مخروط پدید آمده کدام است؟



(۱)  $\frac{3\pi}{2}$

(۲)  $\frac{\pi}{3}$

(۳)  $\frac{2\pi}{3}$

(۴)  $\frac{4\pi}{3}$

(دشوار ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۱ اگر  $f(x) = x^2(2-x)$  مقدار  $\max$  نسبی تابع  $y = 2 - f(1-x)$  کدام است؟

(۴)  $1$

(۳)  $-\frac{1}{3}$

(۲)  $2$

(۱)  $\frac{22}{27}$

(دشوار ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۲ تابع  $y = (-1)^{[x]} \cos \frac{\pi x}{2}$  در بازه  $\left[2, a + \frac{1}{4}\right)$  صعودی اکید است. برای کمترین مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \log_a x^{\frac{1}{a}}$  روی دامنه‌اش چگونه است؟

(۲) نزولی اکید

(۱) صعودی اکید

(۴) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید

(۳) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید

(دشوار ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۳ اگر خطوط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = ax^4 - 2x^2 + 1$  در نقاطی به طول  $x = 1$  و  $x = -1$  بر هم عمود باشند، جمع مقادیر  $a$  کدام است؟

(۴)  $2$

(۳)  $4$

(۲)  $3$

(۱)  $1$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۴ تابع  $f(x) = x^3 + a|x^2 - 3x| + b$  در نقطه  $x = 1$  روی محور  $x$  ها، دارای مینیمم نسبی است. حاصل  $a + b$  کدام است؟

(۴)  $-3$

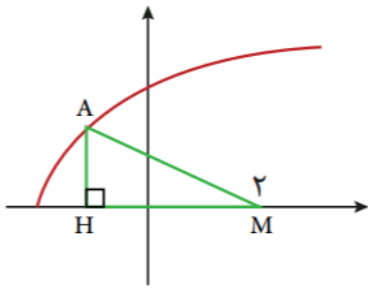
(۳)  $3$

(۲)  $2$

(۱)  $-2$

(دشوار ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۵ نقطه A مطابق شکل، در ناحیه دوم روی نمودار تابع  $f(x) = 2\sqrt{x+4}$  قرار دارد. بیشترین مقدار مساحت مثلث AMH چقدر است؟



(۱)  $3\sqrt{2}$

(۲)  $6\sqrt{2}$

(۳)  $8\sqrt{2}$

(۴)  $4\sqrt{2}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۶ تابع  $f(x) = x\sqrt[3]{(x+a)^2}$  در  $x=2$  مشتق‌ناپذیر و در بازه  $(b, 2)$  اکیداً نزولی است. حداقل مقدار  $b$  کدام است؟

(۴)  $\frac{7}{6}$

(۳)  $\frac{6}{5}$

(۲)  $\frac{5}{4}$

(۱)  $\frac{4}{3}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۷ از به هم وصل کردن نقاط بحرانی تابع  $y = \frac{|ax|}{x^2+1}$  یک مثلث به مساحت ۴ به وجود می‌آید.  $|a|$  کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۸ تابع  $f(x) = a(x^3 - 3x + a)$  در بازه  $[-2, 3]$  مفروض است. به ازای کدام مقدار منفی  $a$ ، مجموع ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق  $f$  در این بازه، کمترین است؟

(۴) -۴

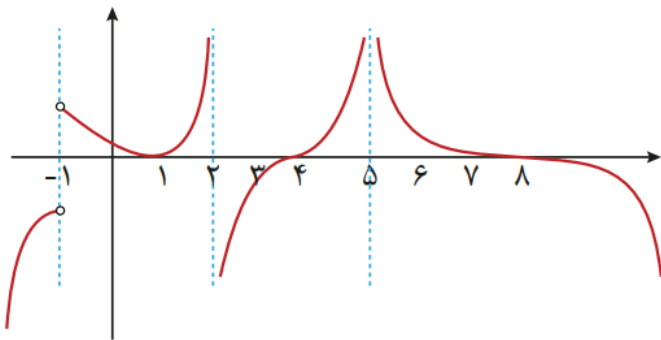
(۳) -۳

(۲) -۲

(۱) -۶

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۸۹ نمودار مشتق تابع پیوسته  $f$  به صورت مقابل است. مجموع طول نقاط مینیمم نسبی  $f$ ، چند برابر مجموع طول نقاط ماکزیمم نسبی آن است؟



(۱)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $\frac{3}{10}$

(۳)  $\frac{3}{15}$

(۴)  $\frac{2}{15}$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۹۰ عرض یکی از نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x(x-\alpha)^2$  برابر ۴ است. طول اکسترمم نسبی دیگر کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۹۱ تابع  $f(x) = \frac{x^2+8}{x^2-1}$  روی بازه  $(0, \alpha)$  اکیداً نزولی است. اگر  $\alpha$  بیشترین مقدار قابل قبول باشد، حاصل  $f(\alpha+1)$  کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۴

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۲ مساحت مثلثی که رئوس آن نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$  باشد، برابر است با:

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$       ۱ (۲)       $\frac{3}{2}$  (۳)      ۲ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۳ فرض کنید  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ . مجموع بیشترین و کمترین مقدار  $f(x - \sqrt{1-x^2})$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۳ (۲)       $\frac{7}{4}$  (۳)       $\frac{15}{4}$  (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۴ در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x|x-1|}{x^2+1}$ ، جزء صحیح عرض نقطهٔ ماکزیمم نسبی کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)      صفر (۴)

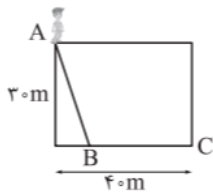
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۵ به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، نقطهٔ مینیمم نسبی تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \frac{m-5}{x^2+2x+m}$ ، مینیمم مطلق تابع هم می‌باشد؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

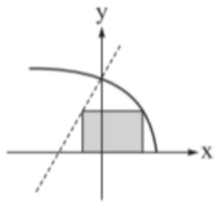
۹۶ سرعت شخص درون محوطهٔ مستطیلی پارک برابر ۱ و روی محیط آن  $\sqrt{5}$  متر بر ثانیه است. کمترین زمان برای رسیدن از نقطهٔ A به نقطهٔ C چند ثانیه است؟



- ۱ (۱)  $30 + \sqrt{175}$   
۲ (۲) ۵۰  
۳ (۳)  $20\sqrt{5}$   
۴ (۴)  $24\sqrt{5}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

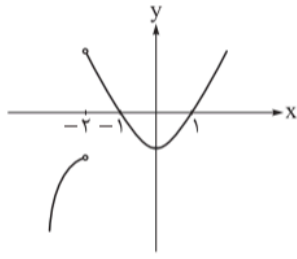
۹۷ مانند شکل زیر، یک رأس مستطیل روی نمودار  $y = \sqrt{4-2x}$  و رأس دیگر روی خط گذرنده از  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  قرار دارد و دو رأس دیگر روی محور  $x$  است. بیشترین مساحت این مستطیل، به ازای کدام مقدار عرض آن حاصل می‌شود؟



- ۱ (۱)  $-\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{19}}{6}$   
۲ (۲)  $\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{19}}{6}$   
۳ (۳)  $-\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}$   
۴ (۴)  $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۸ اگر نمودار مشتق تابع  $f(x) = |(x-1)(ax^2 + bx - 4)|$  به شکل زیر باشد، مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $g(x) = |ax^2 + bx + a - b|$  برابر



کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۱

(۳)  $-\frac{3}{2}$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۹۹ اگر بیشترین مقدار تابع  $f(x) = 2x + k - \sqrt{5-x^2}$  برابر  $4\sqrt{5}$  باشد، جزء صحیح کمترین مقدار تابع  $f$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) -۲

(۲) -۱

(۱) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۰ اگر اکستریم نسبی تابع  $y = ax + b\sqrt{x}$  روی خط  $y = x$  قرار داشته باشد، زوج مرتب  $(a, b)$  کدام می تواند باشد؟

(۴)  $(-2, 5)$

(۳)  $(1, -5)$

(۲)  $(-1, -5)$

(۱)  $(-1, 5)$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۱ حاصل ضرب کمترین و بیشترین مقدار تابع  $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$  برابر  $4\sqrt{3}$  است، مقدار  $a$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۲ حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{2x} + \sqrt{8-x}$  چه عددی است؟

(۴)  $6\sqrt{3}$

(۳)  $8\sqrt{3}$

(۲)  $8\sqrt{2}$

(۱)  $8\sqrt{6}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۳ تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3a+1}{2}x^2 + 3ax$  فقط در یک بازه به طول ۸ واحد نزولی اکید است. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳)  $3/5$

(۲) ۲

(۱) ۳

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۴ اگر ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = x - 2\sqrt{5-x^2} + k$  برابر  $5 + \sqrt{5}$  باشد، مینیمم مطلق تابع چه عددی است؟

(۴) صفر

(۳)  $-\sqrt{5}$

(۲)  $5 - \sqrt{5}$

(۱)  $\sqrt{5} - 5$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۵ خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = 4 - x^2$  در نقطه‌ای با طول مثبت  $\alpha$  محورهای مختصات را در  $A$  و  $B$  قطع می کند،

حداقل مساحت مثلث  $OAB$  که  $O$  مبدأ مختصات باشد، به ازای چه مقداری از  $\alpha$  به دست می آید؟

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) ۱

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۶ اگر  $f(x) = \frac{ax+b}{-x+2}$  به طوری که  $A(1,3)$  نقطه اکسترمم نسبی  $y = xf(-x)$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۱۵ (۴)

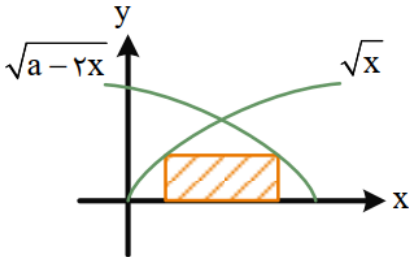
۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۱۰۷ اگر بیشترین مساحت مستطیل که در شکل مقابل نمایش داده شده است، برابر  $\frac{16\sqrt{2}}{9}$  باشد،  $a$  کدام است؟



۱۸ (۱)

۲۴ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)